Barem de notare, clasa a XI a

1) a) orice exemplu corect …. **(4p)**

b) Folosind inegalitatea Sylvester

$rang(A)+rang(I_n-A^p)\le rang\left(A(I_n-A^p)\right)+n=n$. Pe de altă

parte avem $rang(A)+rang(I_n-A^p)\ge rang(A^p)+rang(I_n-A^p)\ge$

$\ge rang(A^p+I_n-A^p)=rang(I_n)=n$. **(3p)**

2) Determinantul este de forma $D=\begin{vmatrix} \frac{1}{2} & x & \frac{1}{2}-x \\ \frac{1}{2}-x & \frac{1}{2} & x \\ x & \frac{1}{2}-x & \frac{1}{2} \end{vmatrix}$ **(3p)**

Finalizare **(4p)**

3) Inductiv se arată că şirul este mărginit, apoi monotonia e imediată, aşadar şirul este convergent **(3p)**

Prin trecere la limiță în relația de recurență se obține limita şirului : **1** **(1p)**

În sfârşit, să observăm că $x_n^2=\frac{x_{n+1}-1}{x_n-1}$ şi să scriem aceasta pentru $n\in\{1,2,...\}$ pentru a ajunge la produsul cerut. Obținem $\left(x_1\cdot x_2\cdot ...\cdot x_n\right)^2=\frac{x_{n+1}-1}{x_1-1}$ şi limita cerută este 0. **(3p)**

4) Exercițiu de clasă, rezultatul : $\sqrt{15}$ **(7p)**